OLIMPIADA XXVI SEGUNDO DE ESO COMARCAL SOLUCIONES

PROBLEMA 1

a) En la división dada:

- El divisor es 8 y el cociente es 4.
- No, porque el resto debe ser menor que el divisor.

b) Respuestas:

- Una posibilidad es: Dividendo 145, divisor 81, cociente 1 y resto 64.
- Hay infinitas soluciones, puesto que D = 81 · c + 64, el divisor es 81, el cociente es c (que puede ser cualquier número natural) y el resto es **64**.

c) Hay dos, porque el 17 es un número primo:

- Dividendo 17, divisor 1, cociente 17 y resto 0.
  Dividendo 17, divisor 17, cociente 1 y resto 0.
- Habría más divisiones, porque tanto el 15 como el 25 no son números primos y, por consiguiente, tienen más divisores.

d) Los restos de las divisiones son:

- 6, 26 y 826, respetivamente.
  Sabemos dividir por la unidad seguida de ceros. Por ejemplo, 45826 : 100 = 458. Como 458 x 100 = 45800, el resto que queda es 26.
- Sin hacer las divisiones podemos interpretar, por ejemplo, la división por 100 como el cálculo de las centenas que tiene el número. En nuestro caso (45826) las centenas serían 458 y el 26 sería el resto.

PROBLEMA 2

a) Solución óptima:

Pagos	Productos	P.V.P.	Descuento-Tarjeta	Precio Contado
1.º	Máquina de afeitar	200	0	200
2.º	Perfume	90	20% de 200 = 40	50
3.º	Crema hidratante	75	20% de 90 = 18	57
4.º	Neceser	40	20% de 75 = 15	25
5.º	Esmalte de uñas	7	20 % de 40 = 8	0
6.º	Esponja de baño	4	20% de 7 = 1,4	2,6

Para la próxima compra le quedan 0,8 € 20% de 4 = 0,8

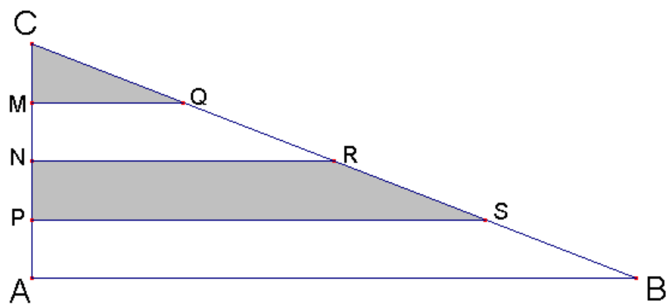
En total paga: 200+50+57+25+0+2,6 euros. Le sobra 0,8 en la última tarjeta y en el pago quinto pierde 1 euro porque la tarjeta regalo tenía 8 euros.

b) Otra posibilidad:

Si hubiese pagado juntos el esmalte y la esponja hubiera usado toda la tarjeta regalo, pero le hubieran dado otra tarjeta regalo por valor de 2,2 euros que perdería y hubiera pagado 3 euros en lugar de 2,6. Esta solución es peor.

c) En total, en el caso de la solución aportada, gasta 334,6. Por supuesto pierde la última tarjeta (0.8 €). El pago no es siempre el mismo, dependerá del orden y/o de la manera de agrupar los productos a la hora de comprarlos. En cualquier caso siempre perderá la última tarjeta regalo.

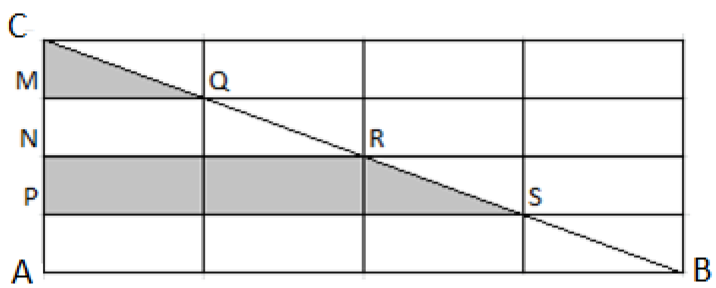
PROBLEMA 3



a) El triángulo MCQ es semejante a ACB y la razón de semejanza es ¼, por el teorema de Thales. Luego el área de MCQ es 256/16 =16 cm^2.

b) El área del trapecio PNRS es igual al área del triángulo PCS menos el área del triángulo NCR. Por semejanza: $(3/4)^2$ x 256 – $(1/2)^2$ x 256 = 80 cm^2.

Otro modo para calcular las áreas pedidas:

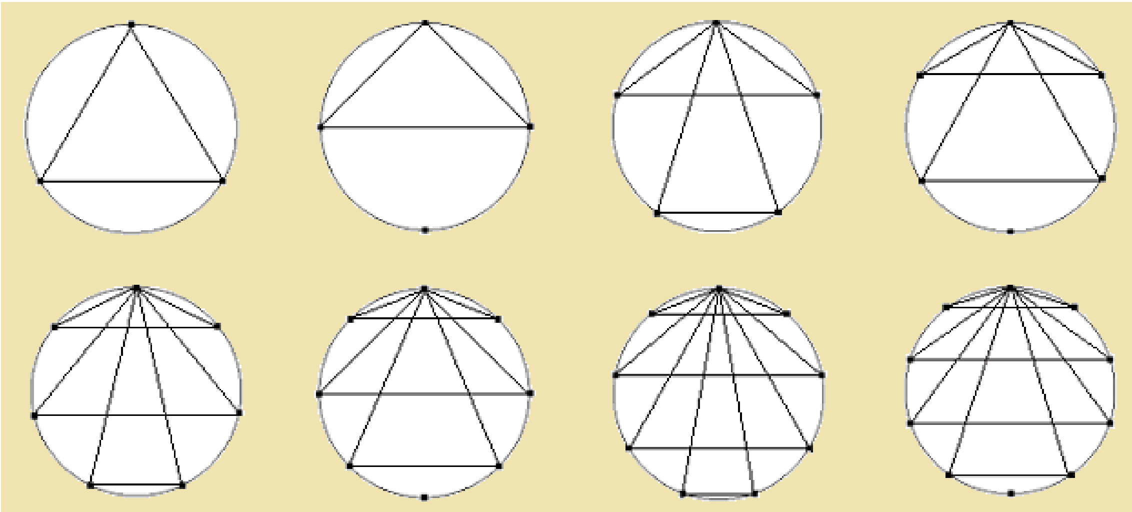


El área del triángulo MCQ es 1/16 del triángulo ACB; por tanto, su superficie es 256/16 = 16 cm^2

- El área del trapecio PNRS es 5 veces la del triángulo MCQ, luego su área es 16 x 5 = 80 cm^2.

PROBLEMA 4

Se pueden formar los siguientes triángulos:



Puntos en la circunferencia	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º de triángulos	1	1	2	2	3	3	4	4

a) Como se consideran iguales triángulos girados, partimos de un punto cualquiera. Si lo unimos con los dos contiguos, tenemos un triángulo isósceles (o equilátero); si lo unimos con los dos puntos siguientes, otro triángulo (isósceles o equilátero), etc.

b) Si hay 99 puntos, tendremos 98 : 2 triángulos con al menos dos lados iguales, es decir, 49. Añadiendo un punto más a la circunferencia, no conseguimos más triángulos isósceles (por simetría).

También se puede llegar a esta conclusión **numéricamente:**

Si para 3 o 4 puntos hay un triángulo, para 5 o 6 hay dos triángulos, para 7 u 8 hay tres triángulos…, entonces se puede ver que para un número cualquiera de puntos, el número de triángulos se calcula restando 1 o 2 al número de puntos, según sea impar o par, respectivamente, y dividiendo entre dos.

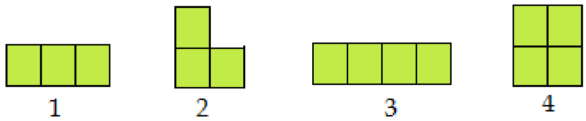
Teniendo en cuenta la generalización anterior, basta escribir:

N.º triángulos = (n-1)/2 **si n es impar**

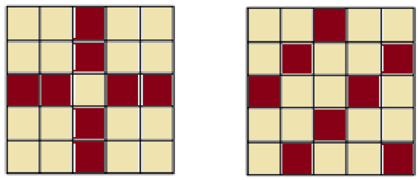
N.º triángulos = (n-2)/2 **si n es par**

PROBLEMA 5

Tipos de fichas:

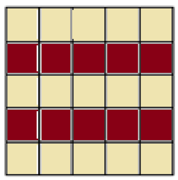


a) El mínimo de cuadraditos sombreados es de 8. Hay varias posibilidades, por ejemplo, dos de ellas serían las dibujadas abajo. <u>Al hallar una solución con 8, estamos seguros de que es la óptima:</u>



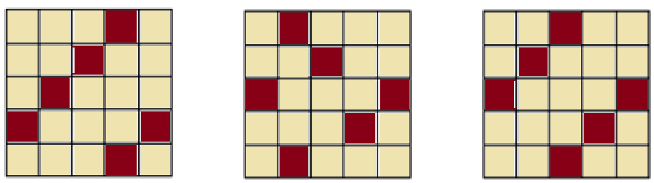
(A partir de la segunda solución, podríamos obtener otras simplemente por giros o simetrías del cuadrado).

b) Necesitamos sombrear al menos 10 cuadrados para impedir la colocación de la ficha tipo 2.



(A partir de esta solución, podríamos obtener otra girando el cuadrado).

c) El mínimo de cuadraditos sombreados es de 6. Al hallar soluciones sombreando 6, podemos estar seguros de que ese es el número mínimo (solución óptima). Hay varias posibilidades:



(A partir de estas soluciones, podríamos obtener otras simplemente por giros o simetrías del cuadrado).

d) El mínimo de cuadraditos sombreados es de 4. Al hallar, al menos, una solución sombreando 4, podemos estar seguros de que ese es el número mínimo necesario